Методические рекомендации для решения конкурсных материалов для проведения теоретического этапа Московского конкурса межпредметных навыков и знаний «Интеллектуальный мегаполис. Потенциал» в номинации «ИТ-класс» по ИТ направлению

1. Назначение конкурсных материалов

Материалы *теоретического* этапа Московского конкурса межпредметных навыков и знаний «Интеллектуальный мегаполис. Потенциал» (далее – Конкурс) предназначены для оценки уровня *теоретической* подготовки участников Конкурса.

2. Условия проведения

Теоретический этап Конкурса проводится в *дистанционной форме*. При выполнении работы обеспечивается строгое соблюдение порядка организации и проведения Конкурса.
Используемое оборудование: калькулятор, MS Excel

3. Продолжительность выполнения

На выполнение заданий *теоретического* этапа Конкурса отводится *90* минут.

4. Содержание и структура

Индивидуальный вариант участника включает 12 заданий (6 заданий – «МГТУ СТАНКИН» 6 заданий НИУ ВШЭ), базирующихся на содержании *предметов «Математика», «Физика», «Информатика»*. В данных методических рекомендациях представлены разборы 6 заданий, разработанных «МГТУ СТАНКИН».

5. Система оценивания

Задание считается выполненным, если ответ участника совпал с эталоном. Максимальный балл за выполнение всех заданий (12 шт.) – 60 баллов. Для получения максимального балла за *теоретический* этап Конкурса необходимо дать верные ответы на все задания.

6. Приложения

1. План конкурсных материалов для проведения *теоретического* этапа Конкурса.
2. Разбор демонстрационного варианта заданий *теоретического* этапа Конкурса.

Приложение 1

План конкурсных материалов для проведения *теоретического* этапа Конкурса

№ задания	Уровень сложности	*Уникальные кодификаторы Конкурса*	Контролируемые требования к проверяемым умениям	Балл
1	*Базовый*	4.2.2. Закон Ома для участка цепи. Напряжение *Разработчик – НИУ ВШЭ*	*– владение основополагающими физическими понятиями, закономерностями, законами и теориями; уверенное пользование физической терминологией и символикой* *-умение определять силу тока, напряжение, сопротивление на участке цепи при параллельном/последовательном соединении проводников*	*4*
2	*Базовый*	5.1 Механические колебания *Разработчик – ФГБОУ ВО «МГТУ «СТАНКИН»*	*– владение основополагающими физическими понятиями, закономерностями, законами и теориями; уверенное пользование физической терминологией и символикой* *– сформированность умения применять полученные знания для объяснения условий протекания физических явлений в природе и для принятия практических решений в повседневной жизни* *– владение основными методами научного познания, используемыми в физике: наблюдение, описание, измерение, эксперимент; умения обрабатывать результаты измерений, обнаруживать зависимость между физическими величинами, объяснять полученные результаты и делать выводы;*	*4*

3	*Базовый*	1.3.5. Графическое решение уравнений и неравенств с использованием свойств и графиков изученных функций *Разработчик – НИУ ВШЭ*	- *уметь применять графики функции при решении уравнений;* - *владеть знаниями про монотонность функций;* − *уметь решать уравнения и неравенства;* − *уметь выполнять действия с функциями;*	*4*
4	*Базовый*	1.2.7 Системы уравнений, уравнения, неравенства и системы с параметром *Разработчик – ФГБОУ ВО «МГТУ «СТАНКИН»*	− *уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни; − уметь выполнять вычисления и преобразования;* − *уметь решать уравнения и неравенства;* − *уметь выполнять действия с функциями;* − *уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами;* − *уметь строить и исследовать математические модели;*	*4*
5	*Повышенный*	*1.6.10 Основные понятия теории графов. Деревья. Двоичное дерево. Связность. Компоненты связности. Пути на графе. Эйлеровы и Гамильтоновы пути* *Разработчик – НИУ ВШЭ*	- *владеть терминологией;* - *уметь определять вид графа;* - *уметь находить кратчайший путь в графе;*	*6*
6	*Повышенный*	*1.2.3 Тригонометрические уравнения. Однородные тригонометрические*	− *уметь выполнять действия с функциями;* − *уметь выполнять вычисления и преобразования;*	*6*

		уравнения. Решение простейших тригонометрических неравенств *Разработчик – ФГБОУ ВО «МГТУ «СТАНКИН»*	*− уметь строить и исследовать простейшие математические модели;* *− уметь решать уравнения и неравенства;*	
7	*Базовый*	3.1 Принципы построения компьютерных сетей. Сетевые протоколы. Адресация в сети Интернет *Разработчик – НИУ ВШЭ*	- *владеть терминологией* - *уметь вычислять количество хостов в сети;* -*уметь применять маски сети*	*4*
8	*Базовый*	*1.3. Решение типовых задач обработки массива: суммирование элементов массива, поиск наибольшего (наименьшего) элемента, проверка соответствия элементов массива некоторому условию, подсчёт числа элементов, равных данному или наибольшему (наименьшему) элементу.* *Разработчик – ФГБОУ ВО «МГТУ «СТАНКИН»*	- *уметь анализировать и выполнять заданный алгоритм на предложенных исходных данных;* - *уметь подбирать исходные данные для получения заданным алгоритмом указанного результата;*	*4*
9	*Повышенный*	*1.4. Двоичная, восьмеричная и шестнадцатеричная системы счисления. Перевод числа из системы счисления с основанием p = k^m в систему счисления с*	- *владеть терминологией;* - *уметь осуществлять перевод из одной системы счисления в другую;* - *уметь определять систему счисления*	*6*

		основанием q = k^(m-n) (k, n, m ∈ ℕ, k, m> n>1). Выполнение основных арифметических действий (сложение, вычитание, умножение и деление) в системе счисления с основанием, отличным от 10 *Разработчик – НИУ ВШЭ*		
10	*Повышенный*	*2.2. Логические игры. Построение и анализ графа игры. Выигрышные стратегии* *Разработчик – НИУ ВШЭ*	*- владеть терминологией;* *- уметь находить выигрышную стратегию*	*6*
11	*Повышенный*	*2.4. Стохастические модели. Генератор случайных чисел. Вычисление площадей фигур сложной формы методом Монте-Карло* *Разработчик – ФГБОУ ВО «МГТУ «СТАНКИН»*	*- владеть терминологией;* *- уметь применять метод Монте-Карло для нахождения площади сложной фигуры;*	*6*
12	*Повышенный*	*4.3. Информационная безопасность. Предотвращение несанкционированного доступа к личной конфиденциальной информации, хранящейся на персональном компьютере, мобильных устройствах и в Интернете.*	*- владеть терминологией;* *- уметь применять простые средства шифрования (шифр Цезаря, шифр Виженера) для шифрования и дешифрования текста;*	*6*

		Резервное копирование. Шифрование данных. Вредоносное программное обеспечение и способы борьбы с ним. Антивирусы *Разработчик – ФГБОУ ВО «МГТУ «СТАНКИН»*		
			Сумма баллов:	**60**

Приложение 2

Методические рекомендации
(разбор демонстрационного варианта заданий
теоретического этапа Конкурса)

Задание 2.

Тип задания: короткий ответ

Предмет: физика

Уровень сложности: базовый (4 балла)

Уникальные кодификаторы Конкурса: Механические колебания

Контролируемые требования к проверяемым умениям:

- владение основополагающими физическими понятиями, закономерностями, законами и теориями; уверенное пользование физической терминологией и символикой
- сформированность умения применять полученные знания для объяснения условий протекания физических явлений в природе и для принятия практических решений в повседневной жизни;
- владение основными методами научного познания, используемыми в физике: наблюдение, описание, измерение, эксперимент; умения обрабатывать результаты измерений, обнаруживать зависимость между физическими величинами, объяснять полученные результаты и делать выводы.

Текст задания:

Сколько гармонических колебаний N совершает математический маятник длиной

$l = \frac{5}{2\pi^2}$ м за время $t = 10$ с? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2.

Решение:

Определение. Математическим маятником называется материальная точка, подвешенная на бесконечно тонкой, невесомой, нерастяжимой нити, которая совершает колебания в вертикальной плоскости, под действием силы тяжести.

Груз, подвешенный на нити, размеры которого пренебрежимо малы по сравнению с длиной нити, можно приближенно считать математическим маятником. Часто такой маятник называют нитяным маятником (рис.1.).

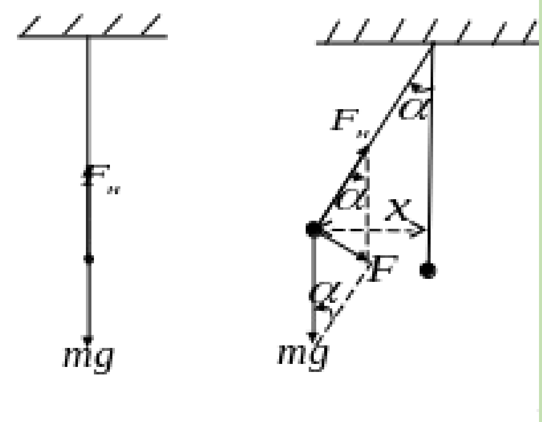


Рисунок 1. Математический маятник

Рассмотрим малые колебания математического маятника длиной l. В положении равновесия сила тяжести уравновешена силой натяжения нити,

$$mg = F_n.$$

Если отклонить маятник на малый угол α, то сила тяжести и сила натяжения, направленные под углом друг к другу, в сумме дают равнодействующую силу F, которая направлена к положению равновесия. На рисунке 1 отклонение маятника от вертикали равно

$$x = lsin\alpha.$$

Угол считается настолько малым, что циклическую частоту, т.е. угловую скорость вращения нити можно считать постоянной. Поэтому

$$\alpha = \omega t$$

и смещение маятника запишем в виде

$$x = lsin\omega t.$$

Таким образом, малые колебания математического маятника есть гармонические колебания. Из рисунка 1 следует, что сила

$$F = mgsin\alpha, \qquad sin\alpha = \frac{x}{l},$$

Следовательно

$$F = mg\frac{x}{l},$$

где m, g и l постоянные величины. Обозначим

$$k = \frac{mg}{l}$$

и получим модуль возвращающей силы в виде. Если учесть, что сила всегда направлена к положению равновесия, т.е. против смещения, то её выражение запишем в виде

$$F = kx.$$

Итак, сила, вызывающая колебания математического маятника пропорциональна смещению и направлена против смещения, как при колебаниях пружинного маятника, т. е. характер этой силы такой же, как и силы упругой. Но по природе упругая сила есть сила электромагнитная. Сила, вызывающая колебания математического маятника по своей природе есть сила гравитационная – неэлектромагнитная поэтому её называют **квази-упругой** силой. Любая сила, которая действует как сила упругая, по природе не является электромагнитной, называется квази-упругой силой. Это позволяет нам записать выражение периода колебаний математического маятника в виде

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Из этого равенства следует, что период колебаний математического маятника не зависит от массы маятника, но зависит от его длины и ускорения свободного падения. Зная период колебаний математического маятника и его длину, можно определить ускорение свободного падения в любой точке на поверхности Земли. Число колебаний маятника можно вычислить по формуле:

$$N = \frac{t}{T},$$

Следовательно

$$N = \frac{t}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}}.$$

Ответ: 10.

Задание 4.

Тип задания:

Предмет:

Уровень сложности:

Уникальные кодификаторы Конкурса:

Контролируемые требования к проверяемым умениям:

Текст задания:

Найти все значения параметра a, при которых график функции

$$y = (a+2)\sqrt{x^2 - 2x + a^2 + 4a + 6}$$

проходит через точку $M(1; -\sqrt{2})$.

Решение:

Подставим значения $x = 1$; $y = -\sqrt{2}$ в заданное уравнение. В результате получим иррациональное уравнение относительно параметра a:

$$-\sqrt{2} = (a+2)\sqrt{1-2+a^2+4a+6}$$

После приведения подобных слагаемых, уравнение примет вид:

$$-\sqrt{2} = (a+2)\sqrt{a^2+4a+5}$$

Найдем область допустимых значений

$$a^2+4a+5 \geq 0$$

Легко видеть, что это условие выполняется при любых значениях параметра a, так как дискриминант квадратного трехчлена меньше нуля. Для нахождения корней иррационального уравнения необходимо учесть еще одно условие:

$$(a+2) < 0,$$
$$a < -2.$$

Выделяем полный квадрат из квадратного трехчлена, стоящего под знаком арифметического корня. В этом случае уравнение примет вид:

$$(a+2)\sqrt{(a+2)^2+1} = -\sqrt{2}$$

Сделаем замену:

$$(a+2) = t, t < 0.$$

Тогда уравнение примет вид:

$$t\sqrt{t^2+1} = -\sqrt{2}$$

После возведения в квадрат левой и правой частей уравнения получаем биквадратное уравнение:

$$t^4+t^2-2=0$$

Далее уравнение решается стандартным образом и, в результате. Получаем единственный ответ

$$t=-1.$$

Делаем обратную подстановку и находим значение параметра

$$a=-3.$$

Ответ: -3.

Задание 6.

<u>Тип задания</u>: короткий ответ

<u>Предмет</u>: математика

Уровень сложности: повышенный (6 баллов)

Уникальные кодификаторы Конкурса: Тригонометрические уравнения. Однородные тригонометрические уравнения. Решение простейших тригонометрических неравенств

Контролируемые требования к проверяемым умениям:

- уметь выполнять действия с функциями;
- уметь выполнять вычисления и преобразования;
- уметь строить и исследовать простейшие математические модели;
- уметь решать уравнения и неравенства;

Текст задания:

Решить уравнение

$$3sin^2x + 6cosx - 3^{|x|+1} + 3^{|x|}sin^2x + 2 \cdot 3^{|x|}cosx = 5.$$

Решение:
Преобразуем исходное уравнение с помощью основного тригонометрического тождества:

$$x + sin^2x = 1.$$

Заменим sin^2x на $1 - cos^2x$

$$3sin^2x + 6cosx - 3^{|x|+1} + 3^{|x|}sin^2x + 2 \cdot 3^{|x|}cosx = 5,$$

$$3(1 - cos^2x) + 6cosx - 3^{|x|+1} + 3^{|x|}(1 - cos^2x) + 2 \cdot 3^{|x|}cosx = 5.$$

Раскроем скобки и приведем подобные слагаемые:

$$6cosx - 3cos^2x + 3^{|x|} \cdot cos^2x + 2 \cdot 3^{|x|}cosx = 2 \cdot 3^{|x|} + 2,$$

$$3(2cosx - cos^2x) + 3^{|x|} \cdot (2cosx - cos^2x) = 2 \cdot 3^{|x|} + 2,$$

$$(2cosx - cos^2x)\left(3 + 3^{|x|}\right) = 2 \cdot 3^{|x|} + 2.$$

Заметим, что

$$3 + 3^{|x|} > 0.$$

Тогда

$$2cosx - cos^2x = \frac{2 \cdot 3^{|x|} + 2}{3 + 3^{|x|}}.$$

Область значений функции

$$y = 2cosx - cos^2x$$
$$E(y) = [-3; 1].$$

Правая часть уравнения после выделения целой части принимает вид

$$y = \frac{2 \cdot 3^{|x|} + 2}{3 + 3^{|x|}} = 2 - \frac{4}{3 + 3^{|x|}}.$$

В силу того, что

$$3^{|x|} > 1, \quad E(y) = [1; 2].$$

Следовательно равенство возможно, если обе части уравнения равны 1.

Решаем систему уравнений

$$\begin{cases} 2cosx - cos^2x = 1, \\ 2 - \dfrac{4}{3 + 3^{|x|}} = 1. \end{cases}$$

Решаем второе уравнение. Оно дает единственный корень $x = 0$.

$$\frac{4}{3 + 3^{|x|}} = 1,$$

$$3 + 3^{|x|} = 4,$$

$$3^{|x|} = 1,$$

$$x = 0.$$

Подстановкой убеждаемся, что этот корень является корнем и первого уравнения.

Ответ: $x = 0$.

Задание 8.

Тип задания: короткий ответ

Предмет: информатика

Уровень сложности: базовый (4 балла)

Уникальные кодификаторы Конкурса: Решение типовых задач обработки массива: суммирование элементов массива, поиск наибольшего (наименьшего) элемента, проверка соответствия элементов массива некоторому условию, подсчёт числа элементов, равных данному или наибольшему (наименьшему) элементу.

Контролируемые требования к проверяемым умениям:

- уметь анализировать и выполнять заданный алгоритм на предложенных исходных данных;
- уметь подбирать исходные данные для получения заданным алгоритмом указанного результата;

Текст задания:

На вход некоторой программе подаётся последовательность целых чисел, принимающих значения от -1000 до 1000. Программа находит и выводит на экран разницу между минимальным и максимальным числами данной последовательности, удовлетворяющих условиям:

1. Число не кратно 3.

2. Число по абсолютной величине не превосходит 100.

Известно, что на вход программе была подана следующая последовательность из 15 чисел (в ней одно неизвестное число обозначено переменной X):

-169; 11; -123; -74; 75; -111; X; -136; 60; -145; -62; 66; -144; -20; -121.

При этом программа вывела ответ: 96. Найдите число X.

Решение:

Для решения задачи смоделируем работу описанного алгоритма. Для этого среди всех данных чисел отберем те, для которых выполняются условия: число не кратно 3, число по абсолютной величине не превосходит 100.

Число	Число не кратно 3	Число по абсолютной величине не превосходит 100	Конъюнкция условий
-169	True	False	False
11	True	True	True
-123	False	False	False
-74	True	True	True
75	False	True	False
-11	False	False	False
X	?	?	?
-136	True	False	False
60	False	True	False
-145	True	False	False
-62	True	True	True
66	False	True	False
-144	False	False	False
-20	True	True	True
-121	True	False	False

Итого отобрано 4 числа: -74, -62, -20, 11.

Число X может как удовлетворять условиям отбора, так и не удовлетворять им.

Если число X не удовлетворяет условиям отбора, программа выведет разницу между максимальным и минимальным отобранными числами, равную 11 - (-74) = 11 + 74 = 85. Это неверно: по условию задачи программа выводит 96. Следовательно, предположение о том, что X не удовлетворяет условиям отбора, неверно.

Следовательно, X удовлетворяет условиям отбора. В этом случае X может быть как минимальным среди таких чисел, так и максимальным.

Если X – минимальное число, получим уравнение: 11 – X = 96, отсюда X = -85.

Если X – максимальное число, получим уравнение: X – (-74) = 96, отсюда X = 22.

Ответ: -85 или 22.

Задание 11.

Тип задания: короткий ответ

Предмет: информатика

Уровень сложности: повышенный (6 баллов)

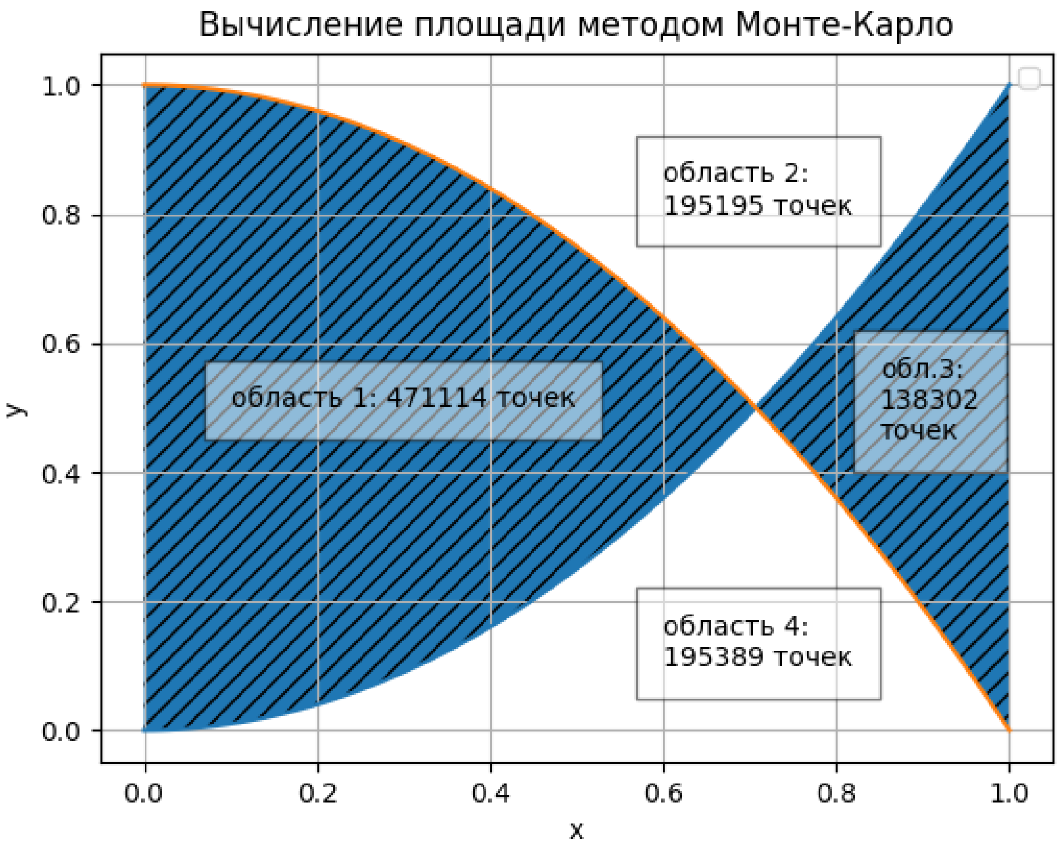
Уникальные кодификаторы Конкурса: Стохастические модели. Генератор случайных чисел. Вычисление площадей фигур сложной формы методом Монте-Карло

Контролируемые требования к проверяемым умениям:

- владеть терминологией;
- уметь применять простые средства шифрования (шифр Цезаря, шифр Виженера) для шифрования и дешифрования текста;

Текст задания:

Площадь фигуры, ограниченной некоторыми кривыми, вычисляется методом Монте- Карло. Для этого было сгенерировано 1 000 000 случайных точек с координатами на отрезке [0; 1]. Найдите площадь заштрихованной фигуры, если количество точек, попавших в каждую из 4 областей, ограниченных соответствующими линиями, указано на рисунке ниже.



Ответ укажите с точностью до третьего знака после запятой.

Решение:

Метод Монте-Карло — это численный метод, который используется для решения различных задач. Он основан на использовании случайных чисел для моделирования различных процессов и событий.

Одним из применений метода Монте-Карло является нахождение площади сложной фигуры. Например, если у нас есть фигура, которая имеет много углов или кривых, то мы можем использовать метод Монте-Карло для нахождения ее площади.

Суть метода заключается в генерации точек с равномерно случайными координатами в пределах некоторой области (например, квадрата) с известной площадью, такой, что фигура с искомой площадью целиком лежит внутри этой области. Для каждой случайной точки определяем, принадлежит ли она фигуре с искомой площадью, и ведем подсчёт количества таких точек.

Площадь фигуры вычисляется по формуле:

S = (N/Ntotal) * Ssquare,

где S - площадь фигуры, N - количество точек, попавших внутрь фигуры, Ntotal - общее количество брошенных точек, Ssquare - площадь квадрата, вмещающего фигуру. Таким образом, мы получаем приближенное значение площади фигуры, которое тем точнее, чем больше точек мы бросаем.

В данной задаче известно, что общее количество точек составляет 1 миллион. Посчитаем суммарное количество точек в областях, принадлежащих искомой фигуре (это области 1 и 3) – получим 609 416 точек.

Площадь квадрата равна 1,0. Тогда площадь фигуры:

S = (609 416 / 1000 000) * 1,0 = 0,609416. Ответ округляем до третьего знака после запятой.

Ответ: 0,609

Задание 12.

Тип задания: короткий ответ

Предмет: информатика

Уровень сложности: повышенный (6 баллов)

Уникальные кодификаторы Конкурса: Информационная безопасность. Предотвращение несанкционированного доступа к личной конфиденциальной информации, хранящейся на персональном компьютере, мобильных устройствах и в Интернете. Резервное копирование. Шифрование данных. Вредоносное программное обеспечение и способы борьбы с ним. Антивирусы

Контролируемые требования к проверяемым умениям:

- владеть терминологией;
- уметь применять простые средства шифрования (шифр Цезаря, шифр Виженера) для шифрования и дешифрования текста;

Текст задания:

Шифром Цезаря называется такой подстановочный шифр, в котором каждый символ исходного текста заменяется символом, находящимся на некотором постоянном числе позиций левее или правее него в заданном алфавите (рис. 1).

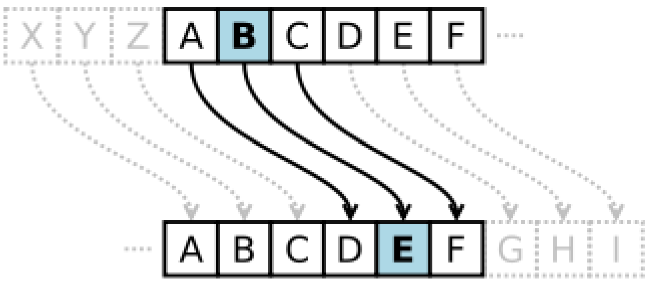


Рис.1. Пример шифра Цезаря для полного латинского алфавита со сдвигом 3.

Вам дан зашифрованный текст сообщения:

ЯДИЫВВЫБИЙЦВТДСАГЫЩЦЁЕВЯЗЁЕИЫДМЯЦВ

Известно, что для шифрования использован полный кириллический алфавит из 33 букв в алфавитном порядке, а исходное сообщение содержит некий осмысленный текст. Определите величину сдвига, если известно, что исходный текст не содержит символов «Э», «Ю», «Я». В ответе укажите только натуральное число – величину сдвига, которая была использована для шифрования исходного текста.

Решение:

Известно, что исходное сообщение не содержит букв «Э», «Ю», «Я». Следовательно, из всех возможных значений сдвига (всего их 32: от 1 до 32) можно исключить любые, которые при расшифровке превратили бы любую из букв зашифрованного сообщения в одну из запрещенных букв.

Составим список букв, которые есть в зашифрованном сообщении, и вычисли для каждой из них величину сдвига, которая бы могла соответствовать буквам «Э», «Ю» и «Я» в исходном тексте:

Символ зашифрованного сообщения	Сдвиг от исходной «Э»	Сдвиг от исходной «Ю»	Сдвиг от исходной «Я»
Б	4	3	2
В	5	4	3
Д	7	6	5
Ё	9	8	7
Ж	10	9	8
З	11	10	9
Р	20	19	18
Ф	24	23	22
Х	25	24	23
Ч	27	26	25
Ш	28	27	26
Щ	29	28	27
Ъ	30	29	28
Э	0	32	31
Ю	1	0	32
Я	2	1	0

Все найденные значения не могут являться величиной сдвига.

~~1~~	~~2~~	~~3~~	~~4~~	~~5~~	~~6~~	~~7~~	~~8~~
~~9~~	~~10~~	~~11~~	~~12~~	~~13~~	~~14~~	~~15~~	~~16~~
17	18	~~19~~	~~20~~	~~21~~	~~22~~	23	~~24~~
~~25~~	~~26~~	~~27~~	~~28~~	~~29~~	~~30~~	~~31~~	32

Из всех возможных 32 значений сдвига осталось 4: 17, 18, 23, 42.

Расшифруем сообщение, применив каждый из указанных сдвигов:

17 ОУШКССКРШЩЁСВУБПТКИЁХФСОЧХФШКУЬОЁС

18 НТЧЙРРЙПЧШЕРБТАОСЙЗЕФУРНЦФУЧЙТЫНЕР

23 ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫЙМЕГАПОЛИСПОТЕНЦИАЛ

32 АЕЙЬГГЬВЙКЧГУЕТБДЬЪЧЖЁГАИЖЁЙЬЕНАЧГ

Осмысленный текст получился при значении сдвига, равном 23.

Ответ: 23.